

Kőzettestek Poisson tényezőjének becslése

Kara Zsuzsanna

BME, Építőmérnöki Kar, zuzma@vipmail.hu

Vásárhelyi Balázs

BME, Építőanyagok és Mérnökgeológia Tsz. & Bohn Kft., vasarhelyib@freemail.hu

ÖSSZEFOGLALÁS: A Poisson tényező ismerete elengedhetetlen a mélyépítési műtárgyak tervezésénél – a rugalmassági modulus mellett az egyik legfontosabb bemenő mechanikai paraméter. Sajnos a kőzettestek Poisson tényezőjének helyszíni (in situ) meghatározása igen időigényes és drága. A cikk célja egy elméleti levezetés alapján a kőzettest Poisson tényezőjének megbecslésére való lehetőség bemutatása abban az esetben, ha ismerjük az ép kőzet Poisson tényezőjét, ill. ha csak a törési határgörbe áll rendelkezésünkre.

Kulcsszavak: Poisson tényező, kőzettest, kőzettest osztályozás, Hoek-Brown törési elmélet

1 BEVEZETÉS

A Poisson tényező, mint a kőzetmechanika egyik bemenő alapadata, nem kellőképpen vizsgált és tárgyalt anyagállandó. Ezért jelen cikkben először bemutatjuk a Poisson tényező szerepét, alkalmazásának lehetőségeit, majd a nyugalmi földnyomási szorzó alapján a kőzettestek anyagállandóinak meghatározását tárgyaljuk. A kőzettestek belső súrlódási szögét (ϕ) az ún. Geológiai Szilárdsági Index (GSI) alapján történő kőzettest osztályozás alapján határozzuk meg, felhasználva a Hoek-Brown törési határgörbét. A kapott eredmények ismeretében lehetőségünk van kőzettestek Poisson tényezőjének becslésére abban az esetben is, ha csak korlátozott számú mérési eredmény áll rendelkezésünkre.

Mind köztudott, a Poisson tényező az egytengelyű feszültségtől függő rugalmas anyagban a tengely irányú deformáció hányadosa az átlós deformációra. Alakváltozó testek mechanikájában az anyag kitágulásának és zsugorodásának hajlama a terhelésre merőleges irányban az úgynevezett „Poisson hatás”. Ennek az anyagi tulajdonságnak az értéke, amit statikus és dinamikus módszerekkel lehet meghatározni, szűk tartományban változik. Annak ellenére, hogy a Poisson tényező értéke sok anyag esetén közel van a Poisson féle kezdetben megadott $\frac{1}{4}$ -es vagy a Wertheim féle $\frac{1}{3}$ -os ajánláshoz, ma már közzismert tény, hogy az izotrop anyagokra a teoretikus érték -1 és $0,5$ között változhat. Ezek az alsó és felső határok úgy adódnak, hogy az anyagra a Young féle (E), nyírási (G) és térfogati (K) modulusnak pozitívnak kell lennie, a termodinamika feltételrendszere lapján. Ahogy a Poisson tényező értéke megközelíti a $0,5$ -ös értéket, (azaz gumi szerű anyag vagy víz), az anyag könnyen nyírási deformációkon megy keresztül, de ellenáll a térfogati deformációnak és összenyomhatatlan lesz.

Annak ellenére, hogy gyakorlati mechanikai megfontolásból a negatív Poisson tényező érték nem létezik, mégiscsak vannak példák ilyen anyagokra: ilyenek a megfordított vagy újra belépethető cellaszerkezettel tartalmazó sejtés testek, mint például a polimert vagy a fém habokat, anizotropikus rostos kompozitokat és kristályos anyagokat, mint az α -krisztobalit tartalmazó anyagok. Negatív Poisson tényező anyagok „ösztönös” magatartást mutatnak: ilyen szilárdtes-

tek oldalra akkor nyúlnak ki mikor egy irányban tágítják és vica versa. -1-hez közeli Poisson tényező szilárd test a gumi ellenkezője lenne (anti-gumi): magasan ellenálló lenne nyírási deformációkra, de egyszerű lenne a térfogatát deformálni.

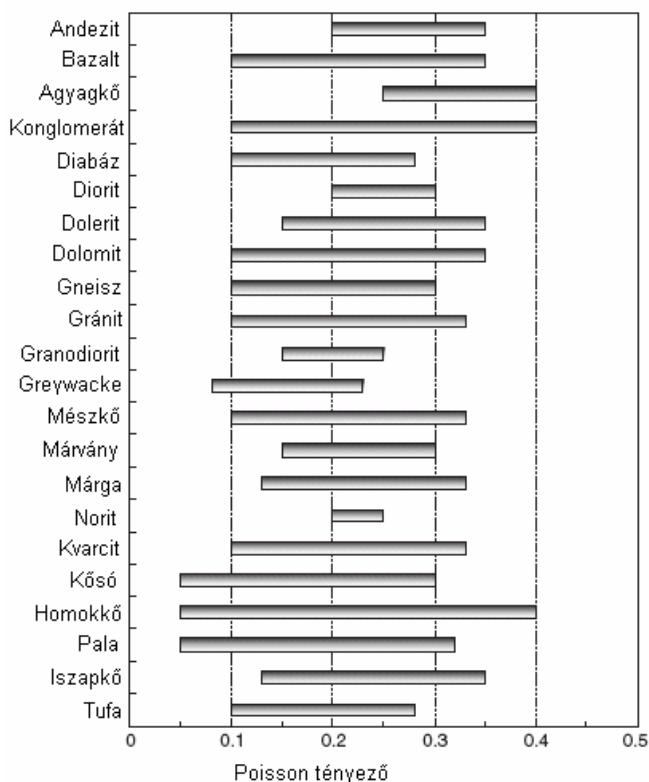
2 POISSON TÉNYEZŐ A KÖZETMECHANIKÁBAN

Mivel a Poisson tényező egy olyan mechanikai tulajdonság, mely szerepet játszik a rugalmas testek alakváltozásában, így szorosan kapcsolódva hasznosítható mérnöki sziklamunkákban a kőzetek alakváltozási problémáinál, ugyanis ez egy fontos számítási bemenő adat a numerikus feszültségelemzéseknél. A kapcsolódó irodalomban, (bár csak nagyon ritkán), néhány kőzettípusnál beszámoltak negatív vagy 0,5-nél nagyobb értékű Poisson tényezőről is. Az a kevés eset valószínűleg nagymértékben anizotropikus kőzetekkel kapcsolatos; ugyanakkor, nyomás és feszültség alatt negatív Poisson tényezőről számolnak be hő hatására előidézett mikro repedések gránitokban. Izotropikus kőzetesteknél a Poisson tényező értéke a gyakorlatban 0 és 0,5 között van. Valójában a tartomány, amit 0,05 és 0,45 értékei határolnak, a legtöbb kőzetre használható, valamint néhány korlátozott helyszíni adattal rendelkező kőzetmechanikai alkalmazáshoz egy közös becslés a Poisson tényezőre egy 0,2 és 0,3 közötti értéknek vehető fel.

Az alábbiakban előbb az ép kőzetek, majd a kőzetestek Poisson tényezőjét tárgyaljuk.

2.1 A Poisson tényező ép kőzeteknél

Bár a Poisson tényező kőzettömbökre vett értékét igénylik a mérnöki sziklamunkák alkalmazásainak többségénél, van néhány eset, amikor ép kőzetek értékeire van szükség. Erre példa a legtöbb in situ feszültségmérés, amikor az ép kőzetnek a Poisson tényezője, mint mérési bemenő adat szükséges a számításokhoz (Amadei & Stephansson, 1997). Az 1. ábrán a Poisson tényező értékeinek tipikus tartományait mutatjuk be néhány kőzettípusra, Gercek (2007)-es gyűjtése alapján. Megfigyelhetjük, hogy szokatlanul eltérő érték nem szerepel az ábrán, viszont kivételek mindig vannak a természetben. Általában ép kőzetek Poisson tényezője laboratóriumban dinamikus módszerekkel indirekt vagy statikus tesztekkel direkt módon meghatározhatók.



1 ábra. Ép kőzetek Poisson tényezői (összegyűjtötte: Gercek, 2007)

A dinamikus rugalmas vizsgálatoknál a próbatestek P és S hullámok mérései alapján lehet a Poisson tényezőt kiszámítani. A tapasztalat alapján az így meghatározott Poisson tényező gyakran jelentősen eltérne a valóságtól. Néhány tanulmány ráadásul tapasztalati kapcsolatokat feltételez a közetek statikus és dinamikai Young modulusai között, de ez a Poisson tényező esetében még nem bizonyított.

A kőzetanyag egytengelyű nyomásos statikus vizsgálatánál a szabványosított próbatesten mérjük mind a keresztirányú, mind a hosszirányú elmozdulásokat, és ezekből határozzuk meg a Poisson tényezőt. Fontos, hogy a feszültség-alakváltozási görbe lineáris szakaszánál számítsuk ezt ki.

Bieniawski (1967) szerint egytengelyű nyomás alatti hengeres próbatesteknél a tengelyszerű feszültséggel rendelkező kerületi vagy sugaras igénybevételek variációja elkezdi elhajlani a lineáristól a „lineáris rugalmas alakváltozás” szakaszánál átmenve a „vonalas rugalmas alakváltozásból” az „állandó törésterjedésbe”. Ez azt jelenti, hogy a kőzetek Poisson tényezője, ami a lineáris rugalmas alakváltozás alatt állandó, elkezdi növekedni az új mikro-repedések megjelenése vagy a meglévők kitágulása miatt. Évekkel később hasonló eredményt kapott több átfogó tanulmány (összefoglalásukat lásd: Gercek, 2007). Ezzel összhangban Cai et al. (2004) arról számoltak be, hogy különböző kőzetekre a kezdeti törési feszültség mértékének és az egytengelyű nyomási erő arányának értéke 0,3 és 0,5 közé esik egytengelyű nyomás alatt, és 0,36 és 0,6 között mozog háromtengelyű vizsgálatoknál. Régóta ismert volt, hogy az alkalmazott feszültség természete befolyásolja a kőzetek mechanikai tulajdonságait. Az értékek, amik jellemzik a kőzetanyag egytengelyű alakváltozását (Young modulus és Poisson tényező) különbözőnek számítanak húzási vagy nyomási feszültség alatt.

2.2 Kőzettömbök Poisson tényezője

A kőzettömbök viselkedése befolyásolja a mechanikai viselkedés és a diszkontinuitás (tagoltságok) tulajdonságai közötti összefüggést, és azokra az ép kőzetekre melyek nem vizsgálhatók diszkontinuitással, jól ismert, hogy a szerkezeti jellemzőjük okoz némi anizotropitást a kőzettömbben. Ezért készülték numerikus tanulmányok a töredezett kőzettömbök Poisson tényezőjének értékbecslésére. Ezek többségében a kőzettömbök Poisson tényezőjének értéke nagyobb volt, mint az ép kőzetek kapott értéke, és néha szokatlanul magas értéket is kaptak ($\nu > 0,5$), mutatva a hézagok által előidézett anizotropitást. Ez az eltérés sok esetben elérte a 20 %-ot is. Ugyanakkor a nemzetközi szakirodalom nem foglalkozik (kellő mérési eredmény miatt nem is foglalkozhatott) a kőzettestek minősége és Poisson tényezője közötti kapcsolattal.





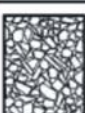

3 GEOLÓGIAI SZILÁRDSÁGI INDEX

Jelenleg számos kőzettest osztályozási módszer van használatban (pl. RMR, Q, RMI módszerek, lásd Vásárhelyi, 2001, Gálos & Vásárhelyi, 2006), de a kőzettest mechanikai paramétereit legjobban az ún. GSI (Geological Strength Index – Geológiai Szilárdsági Index) segítségével lehet modellezni. A GSI-t Hoek (1994), illetve Hoek *et al.* (1995) vezették be azzal a céllal, hogy a különböző geológiai állapotban lévő kőzettesteket leírassák.

Ismeretes, hogy a tagolt kőzettest szilárdsága függ az ép kőzet anyagtulajdonságaitól, továbbá a kőzettömbök szabadsági fokától (azaz csúszási és elfordulási lehetőségétől). Ezt a szabadsági fokot befolyásolja mind a kőzettömb geometriai alakja, mind a határoló tagoló felületek minősége, azaz egy tiszta, érdes tagoló felületekkel rendelkező kőzettest jóval nagyobb szilárdsággal rendelkezik, mint amelynek mállottak és töredeztettek a határoló tagoló felületei. Ebből kiindulva szerkesztették meg a 2. ábrát, ahol a mátrix oszlopában a kőzettest tagoltsági viszonyai szerepelnek, azaz, hogy milyen sűrűséggel vannak a tagoló felületek a kőzettestben. A tagoló felület állapotától függ a mátrix sora. A GSI értéke ezek alapján 0 és 100 között változhat: 0 esetén kohézió nélküli – azaz szemcsés – talajt kapunk, ahol az elmélet nem használható. GSI = 100 esetén nincs

tagoló felület, tehát a kőzettest és a kőzettömb ugyanaz. (A GSI hazai alkalmazási lehetőségéről bővebben lásd: Görög et al, 2007).

Ennek az osztályozási módnak nagy előnye, hogy kapcsolatba hozható az ún. Hoek-Brown törési elmélettel, mely a kőzettest határgörbéjét adja meg.

GEOLÓGIAI SZILÁRDSÁGI INDEX (GSI) MEGHATÁROZÁSA		TAGOLÓFELÜLET ÁLLAPOTA																							
SZERKEZET		CSÖKKENŐ FELÜLETI MINŐSÉG →																							
	ÉP VAGY TÖMÖR-ép próbatestek, vagy tömör kőzettest néhány ritkán elhelyezkedő diszkontinuitással	<div>A KŐZETTÖMBÖK KAPCSOLATÁNAK CSÖKKENÉSE</div> <div>↓</div> <table><tr><td>90</td><td>80</td><td>70</td><td>60</td><td>50</td><td>40</td><td>30</td><td>20</td><td>10</td></tr><tr><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td><td>N/A</td></tr></table>						90	80	70	60	50	40	30	20	10	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
90	80							70	60	50	40	30	20	10											
N/A	N/A							N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A											
	BLOKKOS - nagyon jól összekapcsolódó ép kőzettest, mely kocka-tömböket tartalmaz, melyeket három orthogonális diszkontinuitás szabdal																								
	NAGYON BLOKKOS - összekapcsolódó, részlegesen töredezett kőzettest, melyet négy vagy annál több diszkontinuitás szabdal																								
	BLOKKOS / TÖREDEZETT / REPEDEZETT - szögletes kőtömbökből álló gyűrt kőzettest, melyet számos egymást keresztező diszkontinuitás szabdal. Folytonos vagy palás rétegződés.																								
	SZÉTESŐ -rosszul összekapcsolódó, erősen töredezett kőzettest, mely érdes és kopott törmelékből áll																								
	RÉTEGZETT/NYÍRT -blokkosság hiánya a sűrű töredezett palás rétegződés vagy nyírási felületek miatt	N/A	N/A																						

2. ábra. A Geológiai Szilárdsági Index (GSI) meghatározása (Hoek, 2007)

4 HOEK-BROWN TÖRÉSI HATÁRGÖRBE

Hoek és Brown (1980) ép kőzeteken végzett nagyszámú triaxiális vizsgálatok alapján az alábbi közelítő egyenlet használatát javasolták:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (1)$$

ahol m_b az ún. Hoek-Brown állandóból (m_i) meghatározott tényező. Értékét a GSI ismeretében lehet meghatározni:

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28}\right) \quad (2)$$

Ép kőzetek esetén a különböző kőzetekre meghatározott Hoek-Brown állandót az 1. táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat. Jelentősebb kőzetek m_i Hoek-Brown anyagállandói

Üledékes kőzetek	m_i	Magmás kőzetek	m_i	Átalakult kőzetek	m_i
Agyagkő	3,4	andezit	18,9	amfibolit	31,2
Anhidrit	13,2	bazalt	17	amfibolitos gneisz	31
Szén	8-21	dácit	17	csillámpala	4-8
Breccsa	20	diabáz	15,2	kvarcit	23,7
Dolomit	10,1	diorit	27	talk pala	10
Gipszkő	16	gabbró	25,8	fillit	13
Grauwacke	18	gránit	32,7	gneisz	29-31
Homokkő	19	granodiorit	20	márvány	9,3
Iszapkő	9,6	monzonit	30	milonit	6
Konglomerátum	22	norit	21,7	mika pala	15
Krétakő	7,2	obszidián	19	zöldpala	20
Mész-kő (mikrites)	8,4	riolit	20		
Mész-kő (pátitos)	10	szienit	30		
		tufa	15		

Az (1) egyenletben szereplő s és a anyagállandókat az alábbi módon javasolják meghatározni:

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9}\right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right) \quad (4)$$

A Hoek-Brown törési határgörbe ismeretében meghatározható a kőzettest Mohr-Coulomb anyagállandói is (ϕ és c). A $\sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_{3max}$, határok között a fenti anyagállandók (a , s m_b) ismeretében ezek értékei:

$$\phi = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}} \right] \quad (5)$$

$$c = \frac{\sigma_{ci} [(1+2a)s + (1-a)m_b\sigma_{3n}] (s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a) \sqrt{1 + (6am_b(s + m_b\sigma_{3n})^{a-1}) / ((1+a)(2+a))}} \quad (6)$$

ahol

$$\sigma_{3n} = \sigma_{3\max} / \sigma_{ci}$$

5 NYUGALMI FÖLDNYOMÁSI SZORZÓ MEGHATÁROZÁSAI

A geotechnikában a nyugalmi földnyomási szorzót (K_0) kétféleképpen lehet meghatározni: egyrészt a Jáky (1944) által ajánlott módon, ahol a belső súrlódási szög (ϕ) ismeretében:

$$K_0 = P_h / P_v = 1 - \sin\phi \quad (7)$$

Ugyanezen szorzó kiszámításánál, rugalmasságtani alapon, Terzaghi & Richart (1952) az alábbi képlet használatát javasolja a Poisson tényező ismeretében:

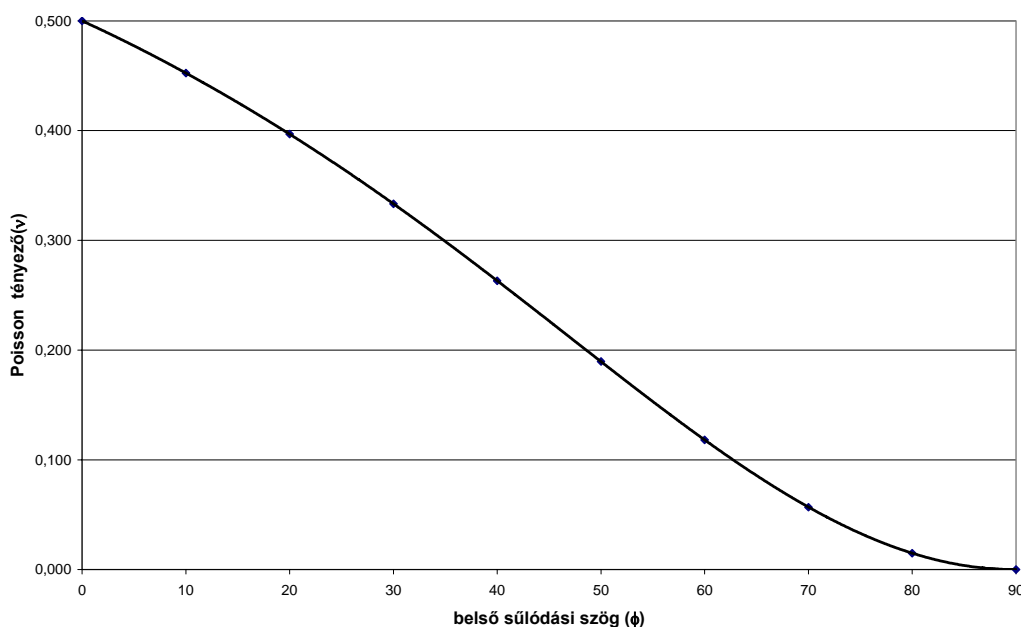
$$K_0 = P_h / P_v = \nu / (1 - \nu) \quad (8)$$

A két egyenlet alapján a belső súrlódási szög és a Poisson tényező között az alábbi összefüggés írható fel:

$$\nu / (1 - \nu) = 1 - \sin\phi \quad (9)$$

A két tényező közötti összefüggést ábrázoltuk a 3. ábrán. A két képlet összekombinálásának helytelen voltára Greschik (2007) felhívja a figyelmet: Jáky egy törési állapotra jellemző nyíró-szilárdsági paraméterből származtat egy, a töréshez tartozó deformációs állapottal össze nem vethető (nyugalmi) feszültségarányra vonatkozó tényezőt. Abban az esetben, ha $0,2 < \nu < 0,5$ (Greschik, 2007):

$$\nu = (183 - \phi) / 163 \quad (10)$$

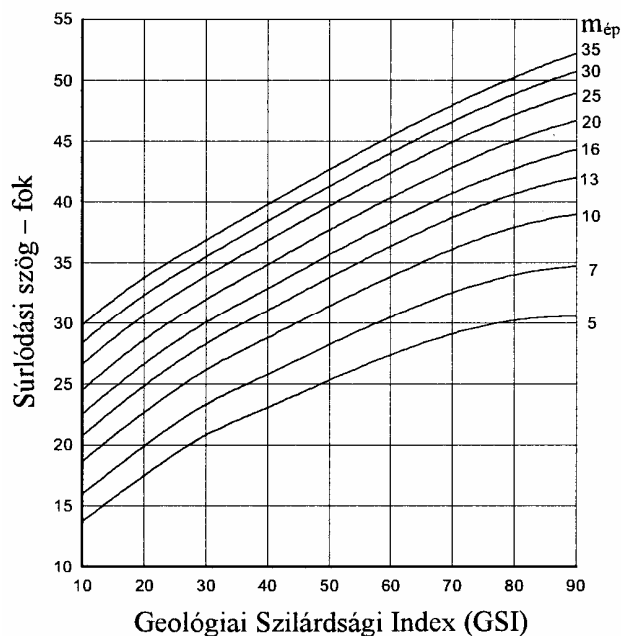


3. ábra. A Poisson tényező a belső súrlódási szög függvényében

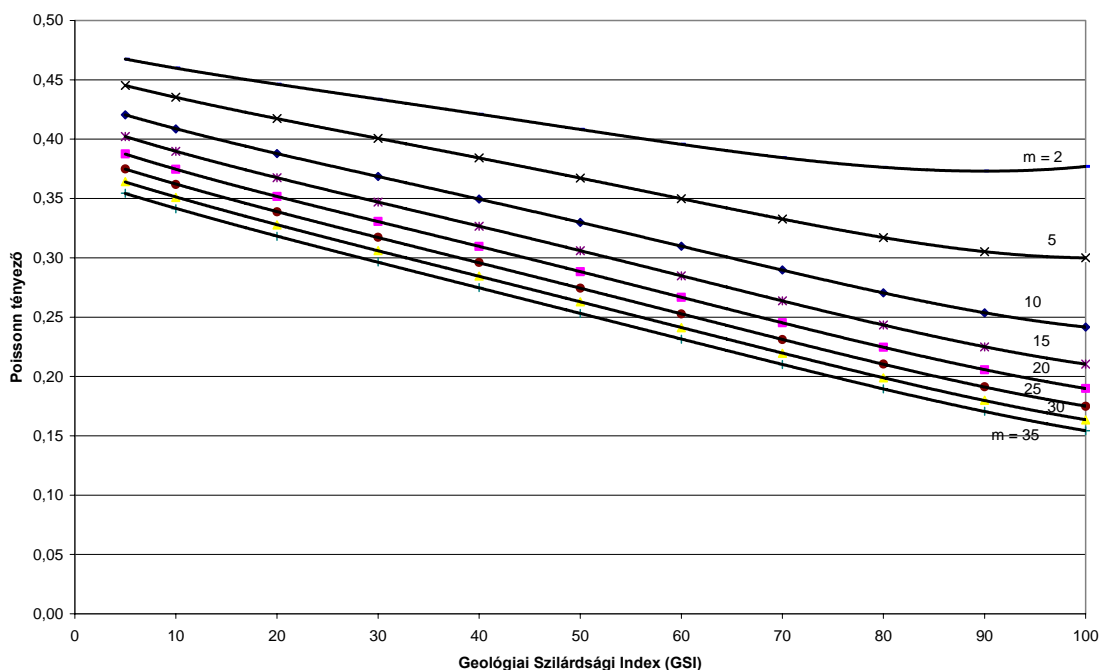
Az eddigi mérnöki tapasztalatok alapján mind Jáky (7), mind Terzaghi & Richart (8) egyenlete jól használható abban az esetben, ha a közet tektonikailag nem terhelt. Azaz felvetődik a kérdés, mekkora Poisson tényezővel lehet számolni az adott közettest esetén.

6 POISSON TÉNYEZŐ ÉS A BELSŐ SÚRLÓDÁSI SZÖG KÖZÖTTI KAPCSOLAT

GSI rendszert és a Hoek-Brown törési kritériumot használva a belső súrlódási szög a GSI függvényében meghatározható (5. egyenlet alapján, 4. ábra). Mivel a belső súrlódási szög függ az m_i Hoek-Brown állandótól és a Geológiai Szilárdsági Indextől (GSI), az 5. ábrán a Poisson tényezőt különböző m_i értékekre számítottuk ki a GSI függvényében.



4. ábra. A közettest belső súrlódási szöge (ϕ) a Geológiai Szilárdsági Index (GSI) függvényében különböző m_i Hoek-Brown állandók esetén



5. ábra. A közettest Poisson tényezője a Geológiai Szilárdsági Index (GSI) függvényében, különböző m_i Hoek-Brown állandók esetén

Az 5. diagramm alapján a közettest Poisson tényezője közel lineáris kapcsolatban van a GSI értékével, azaz romló kőzetminőség esetén a Poisson tényező értéke növekszik. Ez egybecseng

a szakirodalomban közölt megállapítással. Ezek alapján abban az esetben, ha ismert az ép kőzet Poisson tényezője (ν_i), a kőzettest Poisson tényezője az alábbi módon becsülhető meg:

$$\nu_{\text{m}} = -0,002 \text{ GSI} + \nu_i + 0,2 \quad (11)$$

Abban az esetben, ha az ép kőzet Poisson tényezője nem ismert, a kőzettest Poisson tényezője m_i Hoek-Brown állandó ismeretében az alábbi kapcsolatban van:

$$\nu_{\text{m}} = -0,002 \text{ GSI} - 0,003 m_i + 0,457 \quad (12)$$

Megjegyezzük, hogy ez az egyenlet csak rideg kőzetekre igaz, puha kőzetek esetén (pl. agyagkő, iszapkő) nem, azaz ha $m_i < 5$.

A kapott összefüggés – mint fentebb említettük – elméletileg hibás levezetésen alapul, ugyanakkor a kapott eredmény a gyakorlati tapasztalattal összhangban van. A jövőben ezért fontos lenne új mérési eredmények alapján ezek ellenőrzésére. Ugyanakkor abban az esetben, ha a tervezésnél semmilyen mérési adat nem áll rendelkezésünkre, becslésre használható.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Vásárhelyi Balázs köszönetet mond a Bolyai Ösztöndíj és az OTKA (D 048645 és K 60768) kutatásban nyújtott támogatásának.

HIVATKOZÁSOK

- Amadei B, Stephansson O. 1997. *Rock stress and its measurement*. London: Chapman & Hall.
- Bieniawski, Z.T. 1967. Mechanism of brittle fracture of rock, part I: theory of the fracture process. *Int J Rock Mech Min Sci* **4**(4): 395–406.
- Cai, M, Kaiser, P.K., Tasaka, Y., Maejima, T., Morioka, H., Minami, M. 2004. Generalized crack initiation and crack damage stress thresholds of brittle rock masses near underground excavations. *Int J Rock Mech Min Sci*; **41**(5): 833–847.
- Gercek, H. 2007. Review: Poisson's ratio values for rocks. *Int. J. Rock Mech Min Sci.* **44**: 1-13.
- Görög P. Vámos M. Török Á. Vásárhelyi B. 2007. A Geológiai Szilárdsági Index (GSI) és magyarországi alkalmazási lehetősége *Földtani Közöny* (bírálat alatt)
- Greschik Gy. (2007): A számítógéppel segített alagut-aszámítások geotechnikai adatairól. *Mélyépítés* **5**(17): 24-29.
- Hoek, E. 1994. Strength of rock and rock masses, *ISRM News J*, **2**(2), 4-16.
- Hoek, E. 2007. *Practical Rock Engineering* (www.rocksience.com)
- Hoek, E., Kaiser, P.K.; Bawden. W.F. 1995. *Support of underground excavations in hard rock*. Rotterdam: Balkema.
- Hoek, E.; Brown, E.T. 1980. *Underground excavations in rock*. London: Instn Min. Metall.
- Jáky, 1944. The coefficient of the earth pressure at rest. *J. Soc. Hung. Arch. & Engngs.* **78** (22).
- Terzaghi, K.; Richart, R.E. 1952. Stresses in rock about cavities. *Geotechnique*. 3:57-90.